Вариант 29 — 2027

Вторая часть. Задание 14

14 а) Решите уравнение

$$\sqrt{4x^2-1}\cdot\left(4^{3x+1}-26\cdot 8^x+12\right)=0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1;1]$.

Решение

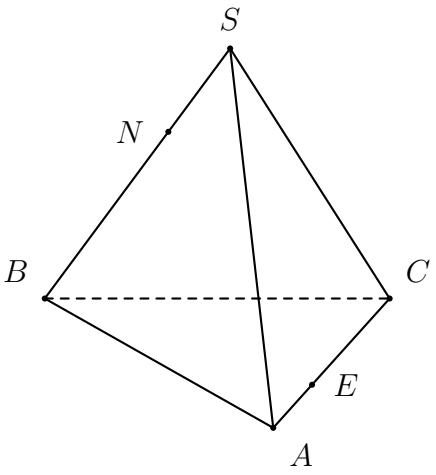
Вариант 29 — 2027

Вторая часть. Задание 15

15 В правильной пирамиде $SABC$ на ребре AC и боковом ребре SB отмечены точки E и N так, что $AE : EC = SN : NB = 1 : 2$. Через E и N параллельно AB проведена плоскость α.

а) Докажите, что сечением является равнобедренная трапеция.

б) Найдите объём многогранника, содержащего вершину A, если $AB = 6$, $AS = 3\sqrt{3}$.



Решение

Вариант 29 — 2027

Вторая часть. Задание 16

16 Решите неравенство

$$x^2 \cdot \log_{125}(2-3x) + \log_{0,2}(9x^2-12x+4) < 0.$$

Решение

Вариант 29 — 2027

Вторая часть. Задание 17

17 Круизный лайнер стоит в океане бортом к волне. Под действием волн он испытывает вынужденные поперечные колебания. Зависимость амплитуды этих колебаний (в градусах) от периода волны τ (в секундах) выражается формулой

$$A(\tau) = k\theta_0 \frac{\tau^2}{\sqrt{(T^2 - \tau^2)^2 + n\tau^2 T^2}}.$$

Коэффициент k определяется отношением ширины лайнера к длине волны, θ_0 — угол наибольшего волнового склона, T — период свободных поперечных колебаний лайнера на тихой воде, n — числовой коэффициент ($0 < n < 0{,}5$). При каком периоде волны τ амплитуда вынужденных колебаний лайнера будет наибольшей, если $T = 14{,}6$ с?

Решение

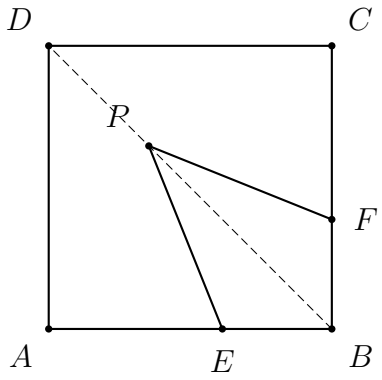
Вариант 29 — 2027

Вторая часть. Задание 18

18 В квадрате $ABCD$ на диагонали BD и на сторонах AB и BC отметили соответственно точки P, E и F такие, что $BE = BF$, а прямая, проходящая через точку P параллельно прямой AC, отсекает от квадрата треугольник, площадь которого равна площади четырёхугольника $EBFP$ и в четыре раза меньше площади квадрата.

а) Докажите, что если $BP \cdot BE = \sqrt{2}$, то $AB = 2$.

б) Найдите отношение площадей треугольников EPF и EBF.



Решение

Вариант 29 — 2027

Вторая часть. Задание 19

19 Найдите все значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} \sqrt{a+x^2} = \sqrt{a+y^2}, \\ x^2+y^2 = 2x+2|y|+4 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

Решение

Вариант 29 — 2027

Вторая часть. Задание 20

20 Дан набор натуральных чисел, каждое из которых меньше 100 и записано с помощью цифр 1, 3, 5, 7 или 9. В наборе есть хотя бы одно однозначное и хотя бы одно двузначное число. Из этого набора получили второй набор чисел следующим образом:

- к каждому однозначному числу приписали цифру, с помощью которой это число было записано;
- вместо каждого двузначного числа записали среднее арифметическое двух его цифр.

а) Может ли сумма чисел первого набора быть на 6 меньше суммы чисел второго набора?

б) Может ли сумма чисел первого набора быть в два раза больше суммы чисел второго набора?

в) Найдите наибольшее возможное отношение суммы чисел второго набора к сумме чисел первого набора, если в первом наборе не было одинаковых чисел, а однозначных чисел было столько же, сколько и двузначных.

Решение