Вариант 29 — 2027

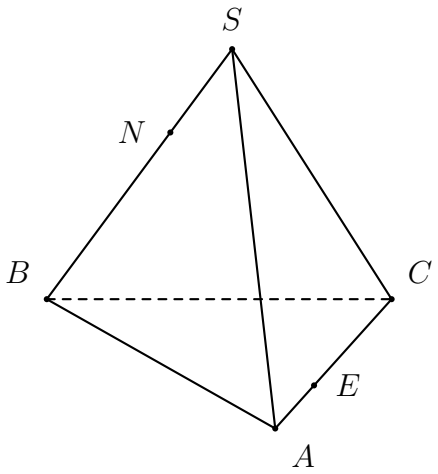
Вторая часть. Задания 14–20

14 а) Решите уравнение

$$\sqrt{4x^2-1}\cdot\left(4^{3x+1}-26\cdot 8^x+12\right)=0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1;1]$.

15 В правильной пирамиде $SABC$ на ребре AC и боковом ребре SB отмечены точки E и N так, что $AE:EC=SN:NB=1:2$. Через E и N параллельно AB проведена плоскость α.
а) Докажите, что сечением является равнобедренная трапеция.
б) Найдите объём многогранника, содержащего вершину A, если $AB=6$, $AS=3\sqrt{3}$.



16 Решите неравенство

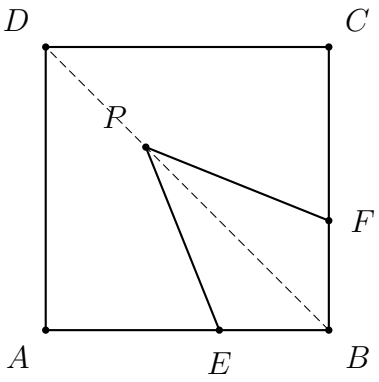
$$x^2\cdot\log_{125}(2-3x)+\log_{0{,}2}(9x^2-12x+4)<0.$$

17 Круизный лайнер стоит в океане бортом к волне. Под действием волн он испытывает вынужденные поперечные колебания. Зависимость амплитуды этих колебаний (в градусах) от периода волны τ (в секундах) выражается формулой

$$A(\tau)=k\theta_0\,\frac{\tau^2}{\sqrt{(T^2-\tau^2)^2+n\tau^2T^2}}.$$

Коэффициент k определяется отношением ширины лайнера к длине волны, θ_0 — угол наибольшего волнового склона, T — период свободных поперечных колебаний лайнера на тихой воде, n — числовой коэффициент ($0<n<0{,}5$). При каком периоде волны τ амплитуда вынужденных колебаний лайнера будет наибольшей, если $T=14{,}6$ с?

18 В квадрате $ABCD$ на диагонали BD и на сторонах AB и BC отметили соответственно точки P, E и F такие, что $BE = BF$, а прямая, проходящая через точку P параллельно прямой AC, отсекает от квадрата треугольник, площадь которого равна площади четырёхугольника $EBFP$ и в четыре раза меньше площади квадрата.



а) Докажите, что если $BP \cdot BE = \sqrt{2}$, то $AB = 2$.

б) Найдите отношение площадей треугольников EPF и EBF.

19 Найдите все значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} \sqrt{a + x^2} = \sqrt{a + y^2}, \\ x^2 + y^2 = 2x + 2|y| + 4 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

20 Дан набор натуральных чисел, каждое из которых меньше 100 и записано с помощью цифр 1, 3, 5, 7 или 9. В наборе есть хотя бы одно однозначное и хотя бы одно двузначное число. Из этого набора получили второй набор чисел следующим образом:

- к каждому однозначному числу приписали цифру, с помощью которой это число было записано;
- вместо каждого двузначного числа записали среднее арифметическое двух его цифр.

а) Может ли сумма чисел первого набора быть на 6 меньше суммы чисел второго набора?

б) Может ли сумма чисел первого набора быть в два раза больше суммы чисел второго набора?

в) Найдите наибольшее возможное отношение суммы чисел второго набора к сумме чисел первого набора, если в первом наборе не было одинаковых чисел, а однозначных чисел было столько же, сколько и двузначных.